www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DES ARTS ET INDUSTRIES TEXTILES DE ROUBAIX

ENSAIT

CONCOURS D'ENTREE 1989

Epreuve de MATHEMATIQUES 2
durée 2 heures

(Tous les candidats)

PROBLEME 1

Dans le plan P, rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ on envisage le domaine Δ défini par :

$\Delta = \{M(x,y) / (x,y) \in R^2 \quad 0 \le x \le 1, 0 \le y \le x\}$

1 - Calculer le nombre A, $\quad A = \iint_{\Delta} \frac{dxdy}{(1+x^2)(1+y^2)}$

2 - Etablir la convergence des intégrales généralisées

$$B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(2\cos^2\theta)}{2\cos 2\theta}\, d\theta \quad , \quad C = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\ln(2\sin^2\theta)}{2\cos 2\theta}\, d\theta$$

et $\quad D = \int_0^1 \frac{\ln t}{1-t^2}\, dt$

3 - **a)** Démontrer que A = B, en effectuant un passage en coordonnées polaires dans A.

b) Calculer B+C puis B-C en fonction de D.

c) En déduire la valeur de C et D.

PROBLEME 2

Soit x un réel donné, tel que sin x ne soit pas nul.

On envisage la fonction f de la variable t définie par $f(t) = \frac{\sin x}{1 - 2t\cos x + t^2}$

1 - a) Montrer que f est continue sur R et en déduire les primitives de f en précisant leur ensemble de définition.

b) Calculer alors $J(x) = \int_0^1 f(t)\, dt$

J apparait comme une fonction de x, dont on précisera l'ensemble de définition, la parité et la périodicité.

On en donnera aussi une représentation graphique de ses variations dans le plan rapporté à un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Montrer que J est prolongeable par continuité en tout x, $x = \pi + 2k\pi$, $k \in Z$.

2 - Soit $f_n(t)$, la fonction de la variable t, définie par $f_n(t) = f(t) - \sum_{k=1}^{k=n} t^{k-1} \sin(kx)$

a) Donner un développement limité à l'ordre (n-1) au voisinage de l'origine de la fonction f.

b) Démontrer que :

$$0 \le \int_0^1 \frac{t^n}{1-2t\cos x+t^2}\, dt \le \frac{1}{(n+1)\sin^2 x}$$

et que :

$\int_0^1 f_n(t)\, dt$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$

c) On désigne par $J_n(x)$ l'expression $\sum_{k=1}^{k=n} \frac{\sin kx}{k}$

Etablir que $J_n(x)$ tend vers $J(x)$ quand n tend vers $+\infty$.

ECOLE NATIONALE SUPERIEURE des ARTS et INDUSTRIES TEXTILES de ROUBAIX
Math 2

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail